

10. 已知下列命题中:

(1) 若 $k \in \mathbf{R}$, 且 $k\vec{b} = \vec{0}$, 则 $k=0$ 或 $\vec{b} = \vec{0}$;

(2) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 $\vec{a} = \vec{0}$ 或 $\vec{b} = \vec{0}$;

(3) 若不平行两个非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 则 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$;

(4) 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$;

(5) 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个非零向量, 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$, 则 $\vec{a} \perp \vec{b}$;

(6) 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个非零向量, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$;

(7) 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个非零向量, 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$, 则存在实数 λ , 使得 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$;

(8) 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个非零向量, 若存在实数 λ , 使得 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$.

其中真命题的个数是 ().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

11. 正四棱锥底面正方形的边长为4, 高与斜高的夹角为 30° , 则该四棱锥的侧面积()

A. 32

B. 48

C. 64

D. $\frac{32}{3}$

12. 已知正方体外接球的体积是 $\frac{32}{3}\pi$, 那么正方体的棱长等于 ().

A. $2\sqrt{2}$

B. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

13. 在下列条件中, 可判断平面 α 与 β 平行的是 ().

A. α, β 都垂直于平面 γ

B. α 内存在不共线的三点到 β 的距离相等

C. l, m 是 α 内两条直线, 且 $l // \beta, m // \beta$

D. l, m 是两条异面直线, 且 $l // \alpha, m // \alpha, l // \beta, m // \beta$

14. 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 给出下列命题:

① 若 $\alpha \perp \beta, m // \alpha$, 则 $m \perp \beta$;

② 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$, 且 $m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$;

③ 若 $m \perp \beta, m // \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$;

④ 若 $m // \alpha, n // \beta$, 且 $m // n$, 则 $\alpha // \beta$.

其中正确命题的序号是 ().

A. ①④

B. ②④

C. ②③

D. ①③

15. 将边长为 a 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起, 使得 $BD = a$, 则三棱锥 $D-ABC$ 的体积为 ().

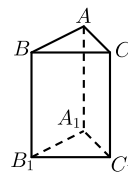
A. $\frac{a^3}{6}$

B. $\frac{a^3}{12}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

16. 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AA_1 = 2$ ， $AC = BC = 1$ ，则异面直线 A_1B 与 AC 所成角的余弦值是 () .

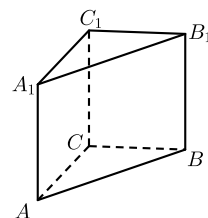


- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{30}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

17. 在棱长为1的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E ， F ， G 分别为棱 AA_1 ， BB_1 ， A_1B_1 的中点，则点 G 到平面 EFD_1 的距离为 () .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

18. 如图，正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中（侧棱垂直于底面且底面为正三角形的三棱柱）， $AB = AA_1$ ，则 AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成角的正切值为 () .



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

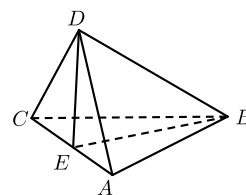
19. 设 α ， β ， γ 是三个互不重合的平面， m ， n 为两条不同的直线，给出下列命题：

- ①若 $n \parallel m$ ， $m \subset \alpha$ ，则 $n \parallel \alpha$ ；
 ②若 $\alpha \parallel \beta$ ， $n \not\subset \beta$ ， $n \parallel \alpha$ ，则 $n \parallel \beta$ ；
 ③若 $\beta \perp \alpha$ ， $\gamma \perp \alpha$ ，则 $\beta \parallel \gamma$ ；
 ④若 $n \parallel m$ ， $n \perp \alpha$ ， $m \perp \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$.

其中是真命题的有 () .

- A. ①和② B. ①和③ C. ②和④ D. ③和④

20. 如图，在三棱锥 $D - ABC$ 中，若 $AB = BC$ ， $AD = CD$ ， E 是 AC 的中点，则下列命题中正确的是 () .



- A. 平面 $ABC \perp$ 平面 ABD
 B. 平面 $BCD \perp$ 平面 ABD
 C. 平面 $ABC \perp$ 平面 BDE ，且平面 $ACD \perp$ 平面 BDE
 D. 平面 $ABC \perp$ 平面 ACD ，且平面 $ACD \perp$ 平面 BDE

二、解答题 (本大题共4题, 每小题10分, 共计40分)

21. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, 向量 $\vec{AB} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{CD} = \vec{a} + 3\vec{b}$.

(1) 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 60° , 求 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的值.

(2) 若 $\vec{AB} \perp \vec{CD}$, 求向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 θ 的值.

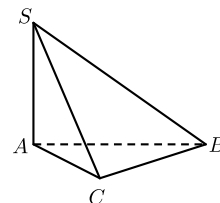
22. 已知向量 $\vec{a} = (3, 2)$, $\vec{b} = (-1, 2)$, $\vec{c} = (4, 1)$

(1) 求 $3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$.

(2) 求满足 $\vec{a} = m\vec{b} + n\vec{c}$ 的实数 m, n .

(3) 若 $(\vec{a} + k\vec{c}) \parallel (2\vec{b} - \vec{a})$, 求实数 k .

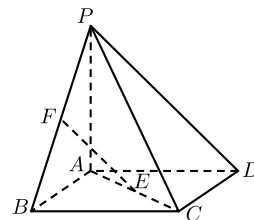
23. 三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA \perp AB$, $SA \perp AC$, $AC \perp BC$ 且 $AC = 2$, $BC = \sqrt{13}$, $SB = \sqrt{29}$.



(1) 证明: $SC \perp BC$.

(2) 求三棱锥的体积 V_{S-ABC} .

24. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， E, F 分别是 AC, PB 的中点.



(1) 证明: $EF \parallel$ 平面 PCD .

(2) 若 $PA = AB$, 求 EF 与平面 PAC 所成角的大小.